Informatica Teorica/ 12/07/2017

Esercizio 1)
Sia f una funzione che riceve in input 3 sequenze finite di numeri naturali: A, B e C e un numero naturale x.
La funzione f restituisce in output una sequenza di numeri naturali costituita dalla concatenazione delle sequenze, tra A, B e C, che contengono x. Se nessuna contiene x, ad esempio, f non restituisce nulla. Se tutte e tre contengono x, allora f restituisce la concatenazione di A, B, e C. Se solo A e C contengono x, allora f restituisce la concatenazione di A e C.

1.1) Indicare un possibile dominio di f.
F^3xN
1.2) Indicare un possibile codominio di f.
F
1.3) Rispetto alla risposta data in 1.1, f è totale?
No, se l'elemento di N non appartiente a nessuna sequenza di F^3
1.4) Rispetto alla risposta data in 1.2, f è suriettiva?
Sì: qualunque sequenza di F può essere vista come il risultato di f applicato alla sequenza stessa, due sequenze disgiunte dalla prima, e il primo elemento della sequenza.
1.5) f è iniettiva?
No: lo stesso risultato si può ottenere in modi diversi. (Vedi risposta precedente, immaginate di usare sequenze disgiunte diverse, il risultato non cambia).
1.6) f è computabile?
Sì. È facile impostare un algoritmo di ricerca di x nelle sequenze e di successiva concatenazione.
1.7) Che cardinalità ha il rango di f?
È F, quindi Aleph_0
1.8) Che cardinalità ha il campo di esistenza di f?
Un sottoinsieme infinto di F^3xN con cardinalità Aleph_0
1.9) Fornire la definizione di funzione caratteristica di un insieme.
Vedi appunti o libro di testo.
1.10) Dimostrare con un diagramma di flusso che f è computabile.

Esercizio 2)
Dimostrare che l'insieme delle funzioni da N a N ha cardinalità Aleph_1.
Vedi appunti o libro di testo.

Esercizio 3)
Scrivere il codice della macchina di Turing che computa la seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} 3 \cdot y & se\ x\ pari \\ \perp & altrimenti \end{cases}$$

q1 I s0 D qxpari
qxpari I s0 D qxdispari
qxdispari I s0 D qxpari
qxpari s0 s0 D qstart
qxdispari s0 s0 D qloop
qloop s0 s0 D qloop
qloop I I D qloop
qstart I s0 D qjumpdx
qjumpdx I I D qjumpdx
qjumpdx s0 s0 D qw1
qw1 I I D qw1
qw1 s0 I D qw2
qw2 s0 I D qw3
qw3 s0 I S qjumpsin1
qjumpsin1 I I S qjumpsin1
qjumpsin1 s0 s0 S qjumpsin0
qjumpsin0 I I S qjumpsin2
qjumpsin2 I I S qjumpsin2
qjumpsin2 s0 s0 D qstart
qjumpsin0 s0 s0 D qclean1
qclean1 s0 s0 D qclean1
qclean1 I s0 D qclean2
qclean2 I s0 C q0

Esercizio 4)
Dimostrare che la seguente funzione è ricorsiva primitiva:
sgn(x) = 0 se x = 0, 1 se x > 0
Vedi appunti o libro di testo.

Esercizio 5)
Dimostrare che se un insieme è decidibile allora è anche semidecidibile.
Vedi appunti o libro di testo.